

電卓使用例(29) 複素数による面積計算(2) (四角形であるとき)

上記の計算例(28)を、四角形の方法では次のように求める(本章03[2]四角形的面積計算参照)。

$$\text{Conj}(\text{RCL } C - \text{RCL } A) \times (\text{RCL } D - \text{RCL } B)$$

$$= \div 2 = -1.5 + 139.5i$$

虚数部の139.5が面積である。

[画面の表示]

$$\text{Conj}(C-A) \times (D-B)$$

$$\text{Ans} \div 2$$

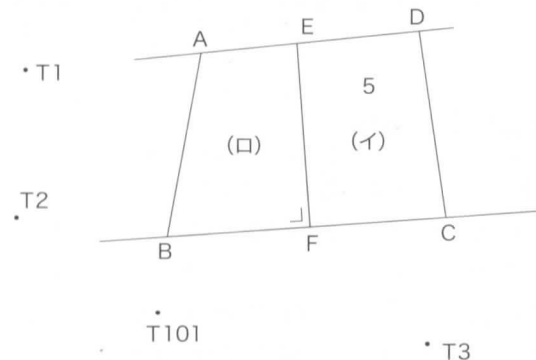
$$-1.5 + 139.5i$$

04 本試験問題による計算例

ここでは、平成20年度の本試験第21問を、複素数によって必要なすべての計算を試みよう。次は、測量計算の部分のみを抜粋したものである。

問題 下図のように多角基準点測量により新点T101を設置し、点Bを観測した。この場合における、下記の問1~4に答えなさい。

[見取図]



K市基準点

	X座標	Y座標
T 1	32.74	3.31
T 2	13.73	1.85
T 3	3.54	30.35

多角測量観測結果

器械点	測点	水平角	平面距離(m)
T 2	T 1	0°00'00"	—
T 2	T 101	150°21'32"	10.71
T 101	T 2	0°00'00"	—
T 101	T 3	116°25'26"	23.91
T 101	B	24°44'42"	6.22

座標値一覧

点名	X座標	Y座標
A	31.63	9.85
B	—	—
C	7.03	28.98
D	32.26	31.00
E	—	—
F	—	—

- 問1 K市基準点及び多角測量観測結果から、コンパス法により閉合誤差の調整を行い、調整後のT101の座標値を求めなさい。
- 問2 調整後のT101及び多角測量観測結果から、B点の座標値を求めなさい。
- 問3 ADの直線上にあり、AEとEDを4:5に内分するE点の座標値及びE点を通りBCに直交するF点の座標値を求めなさい。
- 問4 (イ)及び(ロ)の地積(宅地)並びに各辺長を求めなさい。

[1] 通常の計算による方法

まず、複素数を使わない通常の計算で行ってみよう。

問1 閉合誤差の調整(第3章03「基準点測量」参照)

① 各方向角を求める。

T2(13.73, 1.85)からT1(32.74, 3.31)の方向角は、 $4^{\circ}23'30''$ であり、順次各方向角を求めると次のとおりである。

$$T2からT101の方向角 = 4^{\circ}23'30'' + 150^{\circ}21'32'' = 154^{\circ}45'2''$$

$$T101からT3の方向角 = 154^{\circ}45'2'' + 116^{\circ}25'26'' - 180^{\circ} = 91^{\circ}10'28''$$

② 調整前のT101, T3の座標値を求める。

多角測量観測結果による距離と今求めた各方向角から、調整前の各座標値を求めると次のとおりである。

$$T101x = 13.73 + 10.71 \times \cos 154^{\circ}45'2'' = 4.043 \dots$$

$$T101y = 1.85 + 10.71 \times \sin 154^{\circ}45'2'' = 6.418 \dots$$

調整前のT101(4.04, 6.42)

$$T3x = 4.04 + 23.91 \times \cos 91^{\circ}10'28'' = 3.549 \dots$$

$$T3y = 6.42 + 23.91 \times \sin 91^{\circ}10'28'' = 30.324 \dots$$

調整前のT3(3.55, 30.32)

③ 誤差及び調整量

基準点T3(3.54, 30.35)における誤差($\Delta x, \Delta y$)及びT101における調整量($\delta x, \delta y$)は、次のとおりである。

$$\Delta x = 3.55 - 3.54 = +0.01$$

$$\Delta y = 30.32 - 30.35 = -0.03$$

$$\delta x = -0.01 \times \frac{10.71}{10.71 + 23.91} = 0.00$$

$$\delta y = +0.03 \times \frac{10.71}{10.71 + 23.91} = +0.01$$

④ 調整後のT101の座標値

調整前のT101(4.04, 6.42)に調整量(0.00, +0.01)を加え、調整後のT101の座標値を次のように求める。

$$T101x = 4.04$$

$$T101y = 6.42 + 0.01 = 6.43$$

調整後のT101の座標値は、(4.04, 6.43)である。

問2 B点の座標値

調整後のT101(4.04, 6.43)からT2(13.73, 1.85)の方向角を再度計算すると $334^{\circ}42'8''$ となるので、T101からBの方向角は次のとおりである。

$$334^{\circ}42'8'' + 24^{\circ}44'42'' = 359^{\circ}26'50''$$

多角測量観測結果から、T101からBまでの距離は6.22mであるので、Bの座標値は、次のとおりである。

$$Bx = 4.04 + 6.22 \times \cos 359^{\circ}26'50'' = 10.259 \dots$$

$$By = 6.43 + 6.22 \times \sin 359^{\circ}26'50'' = 6.369 \dots$$

B点の座標値は、(10.26, 6.37)である。

問3 E, Fの座標値

① Eの座標値を求める。

A(31.63, 9.85)とD(32.26, 31.00)を、4:5に内分する点Eの座標値は、次のように求める(第4章01[2]内分点参照)。

$$E_x = 31.63 + (32.26 - 31.63) \times \frac{4}{4+5} = 31.91$$

$$E_y = 9.85 + (31.00 - 9.85) \times \frac{4}{4+5} = 19.25$$

E点の座標値は、(31.91, 19.25)である。

② 交点F点の座標値を求める(第4章03「関数電卓による交点計算」参照)。

EFの方向角は、BCの方向角 $98^\circ 7' 48''$ に直交するので、これに 90° を加えた $188^\circ 7' 48''$ である。E点(31.91, 19.25)を通り、方向角 $188^\circ 7' 48''$ である直線は、次のとおりである。

$$y = \tan 188^\circ 7' 48'' (x - 31.91) + 19.25 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

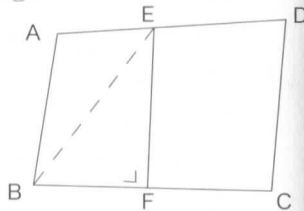
B(10.26, 6.37)を通るBCの方向角 $98^\circ 7' 48''$ である直線は、

$$y = \tan 98^\circ 7' 48'' (x - 10.26) + 6.37 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

であり、①および②を解いて、 $x = 8.889 \cdots$ 、 $y = 15.961 \cdots$ を得る。

F点の座標値は、(8.89, 15.96)である。

なお、直線EFとBCが直交する三角形BEFは直角三角形である。



BCの方向角は、 $98^\circ 7' 48''$ であり、点BからEの方向角は $30^\circ 44' 57''$ であるので、 $\angle EBF$ は次のとおりである。

$$\angle EBF = 98^\circ 7' 48'' - 30^\circ 44' 57'' = 67^\circ 22' 51''$$

また、点BからEの距離は、25.192mであることから、BFの距離は、次のように求めることができる。

$$\overline{BF} = 25.192 \times \cos 67^\circ 22' 51'' = 9.689\text{m}$$

B(10.26, 6.37)からの距離9.689と方向角 $98^\circ 7' 48''$ によって、次のようにFの座標値を求めることができる。

$$F_x = 10.26 + 9.689 \times \cos 98^\circ 7' 48'' = 8.889 \cdots$$

$$F_y = 6.37 + 9.689 \times \sin 98^\circ 7' 48'' = 15.961 \cdots$$

したがって、Fの座標値は、(8.89, 15.96)である。

このように、2つの直線が直交するときは、図形からも求めることができる。

問4 地積および各辺長を求める。

① 地積を求める(第5章02[2]座標法による計算例参照)。

$2A = \sum X_n \cdot (Y_{n+1} - Y_{n-1})$ によって、各地積を表計算すると、次のとおりである。

測点	X_n	Y_n	$Y_{n+1} - Y_{n-1}$	$X_n \cdot (Y_{n+1} - Y_{n-1})$	
E	31.91	19.25	15.04	479.9264	
D	32.26	31.00	9.73	313.8898	
C	7.03	28.98	-15.04	-105.7312	
F	8.89	15.96	-9.73	-86.4997	
				2A	601.5853
				A	300.79265
				地積 (㎡)	300.79

測点	X_n	Y_n	$Y_{n+1} - Y_{n-1}$	$X_n \cdot (Y_{n+1} - Y_{n-1})$	
A	31.63	9.85	12.88	407.3944	
E	31.91	19.25	6.11	194.9701	
F	8.89	15.96	-12.88	-114.5032	
B	10.26	6.37	-6.11	-62.6886	
				2A	425.1727
				A	212.58635
				地積 (㎡)	212.58

(イ)の地積は 300.79m^2 、(ロ)の地積は 212.58m^2 である。

② 各辺長を求める(第3章024POLを使うを参照)。

ピタゴラスの定理による、ABの距離は次のとおりである。

$$AB = \sqrt{(10.26 - 31.63)^2 + (6.37 - 9.85)^2} \approx 21.65$$

試験では、**[POL]**を使って、次のように計算すべきである。

$$\text{[POL]} 10.26 - 31.63, 6.37 - 9.85 \approx 21.65$$

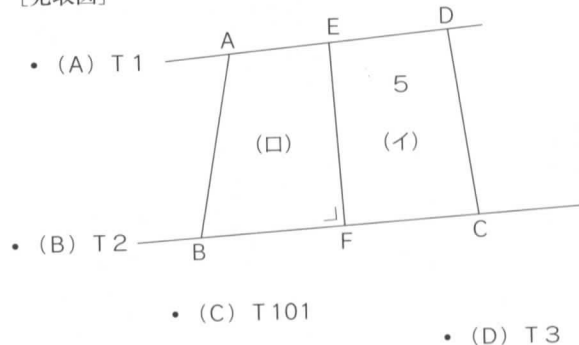
他の辺は、次のとおりである。

BF	: [POL] 8.89 - 10.26, 15.96 - 6.37 ≈ 9.69	【注】 角度は省略。
FC	: [POL] 7.03 - 8.89, 28.98 - 15.96 ≈ 13.15	
CD	: [POL] 32.26 - 7.03, 31.00 - 28.98 ≈ 25.31	
DE	: [POL] 31.91 - 32.26, 19.25 - 31.00 ≈ 11.76	
EA	: [POL] 31.63 - 31.91, 9.85 - 19.25 ≈ 9.40	
EF	: [POL] 8.89 - 31.91, 15.96 - 19.25 ≈ 23.25	

[2] 複素数による方法

本題を複素数を使って計算する。複素数を使って測量計算をするときには、メモリーを活用すると便利である。そこで、下図に示すように、問1および問2においては、T1にはメモリー(A)を、T2にはメモリー(B)、調整後のT101にはメモリー(C)、T3にはメモリー(D)を割り当てることにする。

[見取図]



問1 (1) 多角測量計算および調整計算

MODE から CMLPX を選択し、複素数モードに入る。以下、二重線内は、複素数モードとする。

基準点 T1, T2, T3 の各座標値の X 座標を実数部に、Y 座標を虚数部に割り当てて、次のようにメモリー (A), (B), (D) に記憶させる。

$$\begin{aligned} 32.74 + 3.31 i & \text{ [STO] A} & \dots \text{ T1} \\ 13.73 + 1.85 i & \text{ [STO] B} & \dots \text{ T2} \\ 3.54 + 30.35 i & \text{ [STO] D} & \dots \text{ T3} \end{aligned}$$

(2) 調整前の T101 および T3 の座標値を求める

① T2 (メモリー (B)) から T1 (メモリー (A)) の方向角を次のように求める。

$$\text{arg}(\text{[RCL] A} - \text{[RCL] B}) = 4^\circ 23' 30.45''$$

↑
SHIFT (2) CMLPX

[注] arg は、SHIFT [2] から、1: arg を選択する。

② T2 から T101 の方向角は、

$$4^\circ 23' 30'' + 150^\circ 21' 32'' = 154^\circ 45' 2''$$

T101 から T3 の方向角は、

$$154^\circ 45' 2'' + 116^\circ 25' 26'' - 180^\circ = 91^\circ 10' 28''$$

であるから、調整前の各座標値は、次のとおりである。

$$\text{[RCL] B} + 10.71 \angle 154^\circ 45' 2'' = 4.043\dots \quad \text{T101のX座標}$$

$$6.418\dots i \quad \text{Y座標}$$

$$4.04 + 6.42 i + 23.91 \angle 91^\circ 10' 28'' = 3.549\dots \quad \text{T3のX座標}$$

$$30.324\dots i \quad \text{Y座標}$$

調整前の座標値は T101 (4.04, 6.42), T3 (3.55, 30.32) である。

(3) 調整後の T101 の座標

① T3 における誤差は、調整前の T3 (3.55, 30.32) から、基準点 T3 (3.54, 30.35) (メモリー (D)) を引いて、次のように求める。

$$3.55 + 30.32 i - \text{[RCL] D} = 0.01 - 0.03 i$$

② 誤差は (0.01, -0.03) であり、調整前の T101 (4.04, 6.42) には、その逆の符号を、距離に比例して次のように調整する。

$$4.04 + 6.42 i + (-0.01 + 0.03 i) \times 10.71 \div (10.71 + 23.91)$$

$$= 4.036\dots + 6.429\dots i$$

したがって、調整後の T101 の座標は、(4.04, 6.43) である。これを、

$$4.04 + 6.43 i \text{ [STO] C}$$

として、メモリー (C) に記憶する。

(4) 調整方法の別解

① 調整前の T3 (3.55, 30.32) から、基準点 T3 (3.54, 30.35) (メモリー (D)) の距離 (r) と方向角 (θ) を求める。

$$(\text{[RCL] D} - (3.55 + 30.32 i)) \blacktriangleright r \angle \theta = 0.0316\dots \quad \text{距離 (r)}$$

$$\angle 108.4349\dots \quad \text{方向角 (θ)}$$

[注] $\blacktriangleright r \angle \theta$ は、SHIFT [2] から、3: $\blacktriangleright r \angle \theta$ を選択する。

つまり、閉合差0.032mであり、調整すべき方向角は、 108.4349° である。

- ② 調整前のT101(4.04, 6.42)において調整すべき距離は、
 $0.032 \times 10.71 \div (10.71 + 23.91) = 0.00989\cdots$
 として求めた0.0099mである。これを、方向角 108.4349° の方向に調整する。

$$\overline{4.04 + 6.42i} + 0.0099 \angle 108.4349 = 4.036\cdots \quad \text{T101のX座標}$$

$$+ 6.429\cdots i \quad \text{Y座標}$$

【注】ここでは、方向角を度単位で入力した。

調整後のT101の座標値は、(4.04, 6.43)である。

問2 B点の座標値を求める

- ① 調整後のT101の座標(4.04, 6.43)(メモリー(C))から、T2(13.73, 1.85)(メモリー(B))の方向角は、次のとおりである。

$$\arg \overline{[RCL] B - [RCL] C} = \overline{-25.2978\cdots + 360^\circ} = 334^\circ 42' 7.69''$$

- ② T101からB点の方向角は、これに、水平角 $24^\circ 44' 42''$ を加えたものである。
 $334^\circ 42' 8'' + 24^\circ 44' 42'' = 359^\circ 26' 50''$

- ③ B点の座標値を、T101(メモリー(C))からB点までの距離6.22mと方向角 $359^\circ 26' 50''$ から、次のように求める。

$$\overline{[RCL] C + 6.22 \angle 359^\circ 26' 50''} = 10.259\cdots \quad \text{BのX座標}$$

$$+ 6.369\cdots i \quad \text{Y座標}$$

B点の座標値は、(10.26, 6.37)である。

問3 (1) 点Eの座標を求める

- ① 次のように点A, Dの座標値をメモリー(A)(D)に記憶させる。

$$\overline{31.63 + 9.85i} \quad [STO] A$$

$$\overline{32.26 + 31.00i} \quad [STO] D$$

- ② 点Eは、直線ADを4:5に内分するので、次のように計算する(第4章01の[2]内分点を参照)。

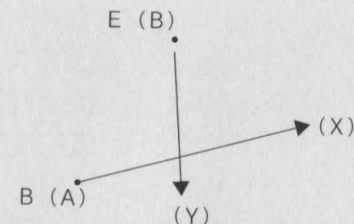
$$\overline{[RCL] A + ([RCL] D - [RCL] A) \times 4 \div (4 + 5)} = 31.91 \quad \text{EのX座標}$$

$$+ 19.25i \quad \text{Y座標}$$

E点の座標値は、(31.91, 19.25)である。

(2) 点Fの座標値を求める

B(10.26, 6.37)を通る方向角 $98^\circ 7' 48''$ の直線と、これに直交するE(31.91, 19.25)を通る方向角 $188^\circ 7' 48''$ ($98^\circ 7' 48'' + 90^\circ$)の直線の交点Fの座標値を計算する。



()内は、メモリーである。

- ① Bの座標値、Eの座標値、Bを通る方向角、Eを通る方向角の順に、メモリー(A), (B), (X), (Y)に複素数の形式で次のように記憶する。

$$\overline{10.26 + 6.37i} \quad [STO] A$$

$$\overline{31.91 + 19.25i} \quad [STO] B$$

$$\overline{\tan(98^\circ 7' 48'') + i} \quad [STO] X$$

$$\overline{\tan(188^\circ 7' 48'') + i} \quad [STO] Y$$

- ② 各メモリーから呼び出しながら、交点のX座標を次のように求める(なお、RCL, ALPHAは表示していない。また、 $[RCL] (A)$ は、単にAと表示している。)

$$\overline{(AX - BY) \div (X - Y)} = 8.8898\cdots + 9.6585\cdots i$$

実数部の8.8898...が交点FのX座標である。

交点のY座標を、次のように求める。

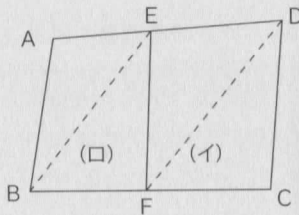
$$\overline{(8.8898 - A)X} = 15.9615\cdots + 43.2203\cdots i$$

実数部の15.9615...が交点FのY座標であり、Fの座標値は、(8.89, 15.96)である。

問4 (1) 四角形の方法で地積を求める (四角形に限る)

① 地積を求めるために、各点の座標を複素数形式で、次のようにメモリー (A) から (F) に記憶させる。また、すでに記憶させているときは、 $\boxed{\text{RCL}}$ で確認する。

点名 メモリー
 A : $31.63 + 9.85i$ $\boxed{\text{I}}$ $\boxed{\text{STO}}$ A
 B : $10.26 + 6.37i$ $\boxed{\text{I}}$ $\boxed{\text{STO}}$ B
 C : $7.03 + 28.98i$ $\boxed{\text{I}}$ $\boxed{\text{STO}}$ C
 D : $32.26 + 31.00i$ $\boxed{\text{I}}$ $\boxed{\text{STO}}$ D
 E : $31.91 + 19.25i$ $\boxed{\text{I}}$ $\boxed{\text{STO}}$ E
 F : $8.89 + 15.96i$ $\boxed{\text{I}}$ $\boxed{\text{STO}}$ F



② (イ) の地積は、次のように計算する (本章03 [2] 四角形の面積計算参照)。

$$\boxed{\text{Conj}}(\boxed{\text{F}} - \boxed{\text{D}}) (\boxed{\text{E}} - \boxed{\text{C}}) = \div \overline{2} = -217.5532$$

$$+ 300.79265i \quad \dots \text{地積}$$

【注】 RCL または、ALPHA は表示していない。

虚数部の300.79が、(イ) の地積である。

③ (ロ) の地積は、

$$\boxed{\text{Conj}}(\boxed{\text{B}} - \boxed{\text{E}}) (\boxed{\text{A}} - \boxed{\text{F}}) = \div \overline{2} = -206.8121$$

$$+ 212.58635i \quad \dots \text{地積}$$

虚数部の212.58が、(ロ) の地積である。

【注】 $\boxed{\text{Conj}}$ は、 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{2}}$ から、 CMPLX 2 : Conjug を選択する。

(2) 多角形の方法によって地積を求める

また、多角形の計算 (本章03 [1] 多角形の面積計算を参照) によって、次のように計算してもよい。

(イ) の地積

$$\boxed{\text{Conj}}(\boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{F}}) \times \boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{E}}$$

$$+ \boxed{\text{Conj}}(\boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{E}}) \times \boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{D}}$$

$$+ \boxed{\text{Conj}}(\boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{D}}) \times \boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{C}}$$

$$+ \boxed{\text{Conj}}(\boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{C}}) \times \boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{F}} = \div \overline{2} = 1933.6309$$

$$+ 300.79265i \quad \dots \text{地積}$$

(ロ) の地積

$$\boxed{\text{Conj}}(\boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{B}}) \times \boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{A}}$$

$$+ \boxed{\text{Conj}}(\boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{A}}) \times \boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{E}}$$

$$+ \boxed{\text{Conj}}(\boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{E}}) \times \boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{F}}$$

$$+ \boxed{\text{Conj}}(\boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{F}}) \times \boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{B}} = \div \overline{2} = 1184.9903$$

$$+ 212.58635i \quad \dots \text{地積}$$

虚数部の300.79が (イ) の地積、212.58が (ロ) の地積である。

【注】 \times (掛ける) は、省略してもよい。

(3) 辺長を求める

点Aと点Bの2つの点の長さは、 $\boxed{\text{Abs}}$ によって、次のように求める。

$$\boxed{\text{Abs}}(\boxed{\text{A}} - \boxed{\text{B}}) =$$

【注】 $\boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{A}}$ は、単にAと表示している。

すでに、AからFまでの座標値がメモリー (A) から (F) までに、記憶されているので、次のようにA、Bを入れ替えて計算する。

$$\text{AB} : \boxed{\text{Abs}}(\boxed{\text{A}} - \boxed{\text{B}}) = 21.651\dots$$

$$\text{BF} : \boxed{\text{Abs}}(\boxed{\text{B}} - \boxed{\text{F}}) = 9.687\dots$$

$$\text{FC} : \boxed{\text{Abs}}(\boxed{\text{F}} - \boxed{\text{C}}) = 13.152\dots$$

$$\text{CD} : \boxed{\text{Abs}}(\boxed{\text{C}} - \boxed{\text{D}}) = 25.310\dots$$

$$\text{DE} : \boxed{\text{Abs}}(\boxed{\text{D}} - \boxed{\text{E}}) = 11.755\dots$$

$$\text{EA} : \boxed{\text{Abs}}(\boxed{\text{E}} - \boxed{\text{A}}) = 9.404\dots$$

$$\text{EF} : \boxed{\text{Abs}}(\boxed{\text{E}} - \boxed{\text{F}}) = 23.253\dots$$

【注】 $=$ の前の $\boxed{}$ は、省略できる。

Abs \rightarrow (SHIFT \rightarrow hyp)